

ODBORNÁ PŘÍPRAVA BUDOUCÍCH UČITELŮ MATEMATIKY NA 1. STUPNI ZŠ

Jitka PANÁČOVÁ

Masarykova univerzita, Pedagogická fakulta (Česká republika)

panacova@ped.muni.cz

Abstrakt

Příspěvek ilustruje na konkrétních vybraných příkladech pojmů odborné matematiky, která je součástí přípravy budoucích učitelů 1. stupně ZŠ, jejich přímé propojení se školskou matematikou. Demonstruje klíčovost důkladného pochopení vzájemné souvislosti mezi těmito dvěma paralelami pro kvalitní způsobilost budoucího učitele matematiky 1. stupně ZŠ. Tato provázanost je přiblížena prostřednictvím ukázek z vybraných učebnic matematiky 1. stupně ZŠ. Obsah odborné přípravy v matematických předmětech budoucího učitele 1. stupně ZŠ a schopnost a dovednost jeho didaktického zpracování v rámci didaktiky matematiky 1. stupně ZŠ je důležitým předpokladem pro pochopení matematiky u žáků a v návaznosti na to i pro oblíbenost tohoto předmětu.

Klíčová slova: učitel matematiky, matematické pojmy, matematické učivo, způsobilost učitele

PROFESSIONAL TRAINING OF FUTURE MATHEMATICS TEACHERS AT PRIMARY SCHOOL

Abstract

The paper illustrates, using specific selected examples of concepts of professional mathematics, which is part of the training of future teachers of the first stage of primary schools, their direct connection with school mathematics. It demonstrates the necessity of a thorough understanding of the mutual connection between these two parallels for the high-quality competence of a future teacher of the first stage. This direct connection is illustrated by examples from selected textbooks of mathematics of the first stage. The content of professional preparation in mathematical subjects of a future teacher of the first stage of primary schools and the ability and skill of its didactic processing within the framework of mathematics didactics of the first stage of primary schools is a necessary prerequisite for understanding mathematics among pupils and, consequently, for the popularity of this subject.

Keywords: mathematics teacher, mathematical concepts, mathematical curriculum, teacher qualification.

1. Úvod

Cílem příspěvku je ilustrovat na konkrétních vybraných oblastech odborných matematických předmětů, které jsou součástí přípravy budoucích učitelů 1. stupně ZŠ, jejich přímé propojení se školskou matematikou. Demonstruje důležitost důkladného pochopení vzájemné souvislosti mezi těmito dvěma paralelami pro kvalitní způsobilost budoucího učitele 1. stupně ZŠ.

Tato provázanost je přiblížena prostřednictvím ukázek z vybraných učebnic matematiky 1. stupně ZŠ. Obsah odborné přípravy v matematických předmětech budoucího učitele 1. stupně ZŠ a schopnost a dovednost jeho didaktického zpracování v rámci didaktiky matematiky 1. stupně ZŠ je významným předpokladem pro pochopení matematiky u žáků a v návaznosti na to i pro oblíbenost tohoto předmětu.

Tento příspěvek je určen pro vzdělavatele matematických předmětů budoucích učitelů 1. stupně ZŠ a pro samotné studenty učitelství 1. stupně ZŠ.

2. Očekávané předpoklady učitele matematiky 1. stupně ZŠ

Cíl přípravy učitelů 1. stupně ZŠ je zaměřen na osvojení si znalosti a dovednosti v oblasti pedagogiky, pedagogické psychologie a obecné didaktiky, tj. na pedagogickou způsobilost. Tyto kompetence získávají studenti učitelství 1. stupně ZŠ příslušným studiem učitelského zaměření. Svou odbornou způsobilost pak získají studiem odpovídajícího oboru na vysoké škole, v našem případě studiem matematických předmětů určených pro učitelství 1. stupně ZŠ.

S ohledem na tuto skutečnost a vzhledem k tématům objevujícím se v učivu matematiky 1. stupně ZŠ by měl být budoucí učitel připraven orientovat se v odborné podstatě učiva matematiky na 1. stupni ZŠ. V kontextu tohoto by měl ovládat a chápat tato témata: základy výrokové logiky, množiny a operace s nimi, kartézský součin množin, binární relace v množině a její vlastnosti (týká se aritmetiky i rovinné a prostorové geometrie), relace ekvivalence a uspořádání, zobrazení množin v aritmetice i v geometrii, algebraické operace a jejich vlastnosti. V návaznosti na to by měl mít osvojenou odbornou podstatu přirozených čísel z pohledu kardinálních a ordinálních čísel a prvků Peanovy množiny. Budoucí učitel matematiky 1. stupně ZŠ by měl rozumět výše popsaným základům odborné matematiky potřebným k tomu, aby byl schopný didakticky správně interpretovat učivo školské matematiky. Jeho znalosti by se měly vztahovat i k aktuálnímu obsahu učiva školské matematiky, s čímž souvisí vhodná volba způsobu a vyvození nového matematického učiva a vhodný výběr příslušných aktivit a didaktických pomůcek. Budoucí učitel matematiky 1. stupně ZŠ by měl být zároveň obeznámen s tím, jaké výukové metody používat a jaké matematické kompetence u žáků v této souvislosti rozvíjet, aby byli schopni nad zadanou úlohou samostatně přemýšlet, správně ji vyřešit a prohluboval se u nich zájem o matematiku.

Těmito požadavky je předurčena učitelova schopnost a dovednost naučit žáky používat matematiku v řadě situací, s nimiž se v životě setkají. Ideální je volba takové formy výuky, aby se pro žáky stala matematika radostí nikoli strašákem.

Výuka matematických předmětů by tedy měla v rámci přípravy budoucích učitelů matematiky 1. stupně ZŠ směřovat k těmto třem popsaným cílům:

1. Studenti učitelství 1. stupně ZŠ jsou seznámeni s **odbornou podstatou matematiky 1. stupně ZŠ** a s porozuměním reflektují její souvislost s běžnými situacemi reálného života.
2. Studentům učitelství 1. stupně ZŠ jsou představeny způsoby **správného didaktického využití této odborné podstaty ve výuce matematiky** na 1. stupni ZŠ.
3. Studenti jsou obeznámeni s **aktuálním obsahem učiva školské matematiky**.

Domníváme se, že získání požadované odbornosti učitele matematiky 1. stupně ZŠ je podmíněno splněním těchto tří popsaných cílů, přičemž porozumění odborné podstaty matematiky 1. stupně ZŠ je výchozím a propojujícím bodem pro cíle následující. Důsledek chybějícího porozumění odborné podstaty matematiky 1. stupně ZŠ či jejího povrchního zvládnutí se může projevit později v nedostatečné odbornosti budoucího učitele v tomto oboru v kontextu s didaktickým uchopením učiva školské matematiky. Následek tohoto jevu se může

odrážet v jejím nepochopení a v její neoblíbenosti u žáků 1. stupně ZŠ. V tomto momentě přestává být matematika pro žáky radostí.

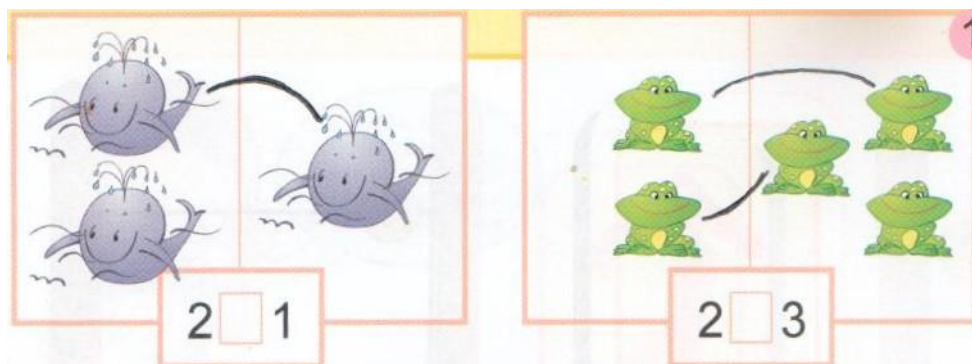
Pojďme si níže na několika příkladech přiblížit souvislost a provázanost odborných matematických pojmů s učivem školské matematiky 1. stupně ZŠ.

3. Souvislost mezi odbornými matematickými pojmy a učivem školské matematiky (aritmetika)

Děti předškolního věku získávají velmi brzy zkušenosti se vzájemnými vztahy mezi různými objekty, poznávají příbuzenské vztahy mezi členy rodiny matka – dítě, bratr – setra, mladší – starší apod. Rozhodují, zda dané kostky mají stejnou (různou) barvu, tvar či velikost. Vnímají, že jedno dítě má více pastelek než druhé, poměřují se podle velikosti, při různých aktivitách vytváří dvojice děvče – chlapec, hrneček – talířek, nůž – vidlička, zvíře – mládě atd. Vytvářejí tedy dvojice podle určitého vztahu, třídí předměty podle určité vlastnosti, uspořádávají předměty dle zadané dohody, přiřazují objekty objektům (Blažková, 2020; Fuchs et al., 2015; Kaslová, 2012). Veškeré tyto vztahy jsou z odborného hlediska **binární relace v množině, relace ekvivalence a uspořádání, relace zobrazení mezi množinami**, přičemž jejich prvky jsou ony uvažované uspořádané dvojice.

Děti se už v mateřské škole setkávají s přirozenými čísly. Na začátku 1. stupně ZŠ se u nich vytváří představy o čísle, učí se čísla zapisovat pomocí číslic, porovnávat je a operovat s nimi (sčítání/odčítání/násobení/dělení). Podstatou pojmu přirozeného čísla je pojem **kardinálního čísla** konečné množiny, **ordinálního čísla** dobře uspořádané konečné množiny či prvku **Peanovy množiny**, přičemž ze všech těchto tří pohledů jsou dětem přirozená čísla představena. Z těchto důvodů by měly být tyto pojmy po teoretické stránce budoucím učitelům známy a současně by je měl umět zpracovat při zavedení přirozených čísel didakticky. Pro zmíněné teoretické pojmy je však nezbytná přechodná znalost **ekvivalentnosti množin, uspořádaných množin, pojem zobrazení a jeho typy, binární relace v množině a její vlastnosti, kartézský součin množin** (Panáčková & Beránek., 2020; Divíšek et al., 1989; Coufalová, 2016; Novák & Eberová, 1988; Hejny et al., 1990; Šedivý & Křižalkovič, 1990).

Na začátku 1. ročníku ZŠ (číselný obor do 5i) se žáci učí v tomto oboru přirozená čísla **porovnávat**. V rámci této aktivity pracují s několika typy **zobrazení z množiny X do množiny Y**, přičemž dle daného typu zobrazení se pak rozhoduje, zda prvků jedné množiny je více/méně/stejně než prvků množiny druhé. Tento jev je možno interpretovat na ukázce z učebnice matematiky Potůčkové (2018) na obrázku 1.



Obrázek 1. Ukázka porovnávání přirozených čísel (Potůčková, 2018).

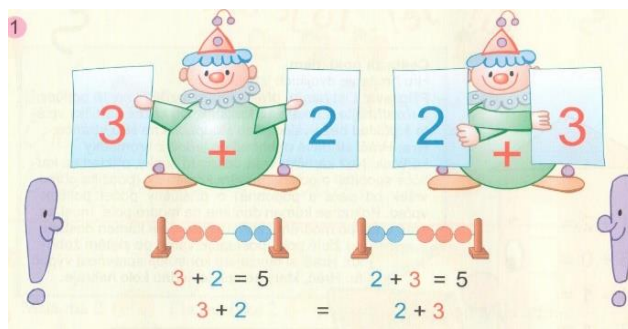
Dalším příkladem zobrazení z množiny X do množiny Y a nástrojem pro porovnávání přirozených čísel, které se uplatňuje v matematice od 1. ročníku, je zobrazení čísel na číselné ose.

Číselná osa je na 1. stupni ZŠ chápána jako polopřímka, přičemž při znázornění množiny přirozených čísel (včetně nuly) jde o prosté zobrazení množiny přirozených čísel (včetně nuly) do množiny bodů na polopřímce s počátkem 0. Ukázka na obrázku 2 představuje číselnou osu (znázorněnou úsečkou) jako reprezentanta množiny přirozených čísel od 0 do 1000, resp. do 500 (Blažková et al., 2018).

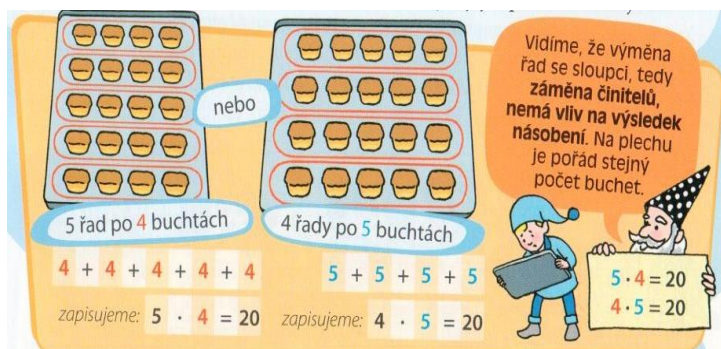


Obrázek 2. Ukázka číselné osy jako reprezentanta množiny přirozených čísel od 0 do 1000, resp. do 500 (Blažková et al., 2018).

V rámci porovnávání přirozených čísel se žáci setkávají s **relacemi uspořádání, nerovnosti a rovnosti** a na základě toho si osvojují jejich vlastnosti: antireflexivitu, antisymetrii a tranzitivitu, případně reflexivitu, symetrii a tranzitivitu. Obsahem učiva 1. stupně ZŠ jsou operace s přirozenými čísly - sčítání/odčítání, následně pak násobení/dělení. Při těchto operacích žáci objevují některé jejich vlastnosti, kdy u sčítání a násobení přirozených čísel se jedná o komutativní a asociativní zákon a o existenci tzv. neutrálního prvku. Ukázky na obrázku 3, resp. 4 vtipně reprezentují komutativitu sčítání přirozených čísel (Potůčková, 2018), resp. komutativitu násobení přirozených čísel (Bulín et al., 2007).



Obrázek 3. Reprezentace komutativity sčítání přirozených čísel (Potůčková, 2018).



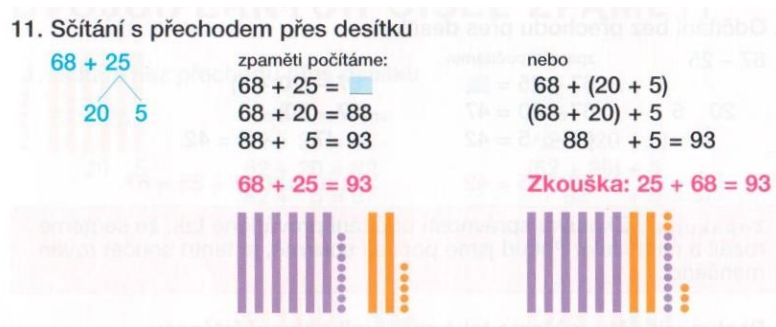
Obrázek 4. Reprezentace komutativity násobení přirozených čísel (Bulín et al., 2007).

Některé ze zmiňovaných vlastností operací žáci následně využívají například při sčítání přirozených čísel s přechodem přes základ 10 s použitím rozkladu jednoho sčítance na dvě čísla a grafického záznamu do desítkové tabulky (Blažková et al., 1992; Blažková, 2020; Šedivý & Křižalkovič, 1990):

$$8 + 6 = 8 + (2 + 4) = (8 + 2) + 4 = 10 + 4 = 14$$

●	●	●	●	●	●	●	●	●	●		
●	●	●	●								

Na obrázku 5 je ukázka z učebnice matematiky Blažkové et al. (2018) reprezentující využití **asociativního zákona pro sčítání** přirozených čísel s přechodem přes základ 10 prostřednictvím rozkladu druhého sčítance.



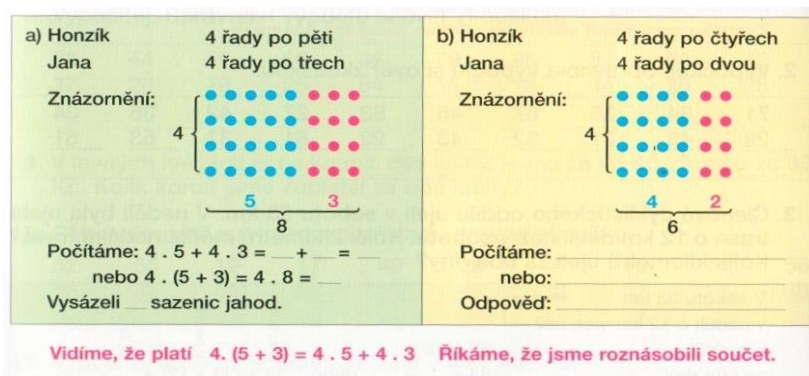
Obrázek 5. Využití asociativního zákona pro sčítání přirozených čísel (Blažková et al., 2018).

Při zavedení operace násobení a dělení přirozených čísel žáci objevují **vlastnosti relace dělitelnosti**. Zvládnou-li násobilku dvěma, zavádí se s pojmy sudá a lichá čísla, a v této souvislosti žáci **třídí** přirozená čísla v daném oboru do dvou skupin (tříd), což je generováno **relací ekvivalence** (dělitelnost dvěma). Později mohou žáci třídít přirozená čísla do dvou tříd, např. násobky tří a čísla, která nejsou násobky tří apod.

V souvislosti s násobením přirozených čísel si žáci osvojují a využívají znalosti distributivního zákona o násobení přirozených čísel vzhledem ke sčítání a využívají tohoto zákona například při pamětném násobení dvojčíferných a jednocíferných čísel:

$$7 \cdot 23 = 7 \cdot (20 + 3) = 7 \cdot 20 + 7 \cdot 3 = 140 + 21 = 161$$

Na obrázku 6 je ukázka z učebnice matematiky Blažkové et al. (2018) reprezentující využití **distributivního zákona** pro násobení přirozených čísel vzhledem ke sčítání.



Obrázek 6. Využití distributivního zákona pro násobení přirozených čísel vzhledem ke sčítání (Blažková et al., 2018).

Nelze opomenout, že od samotného začátku a následně v průběhu výuky matematiky 1. stupně ZŠ žáci pracují s **výroky** (pravdivými i nepravdivými), které mají matematický obsah a využívajícími zavedenou matematickou symboliku:

$$5 + 8 = 13$$

$$4 \cdot 7 = 28$$

$$15 > 6$$

$$8 = 8$$

$$4 < 12$$

Paralelně s výroky žáci pracují s **výrokovými formami** jedné i více neznámých, které jsou propedeutikou navazujícího učiva o rovnicích:

$$3 + \square = 12$$

$$15 - 4 = \square$$

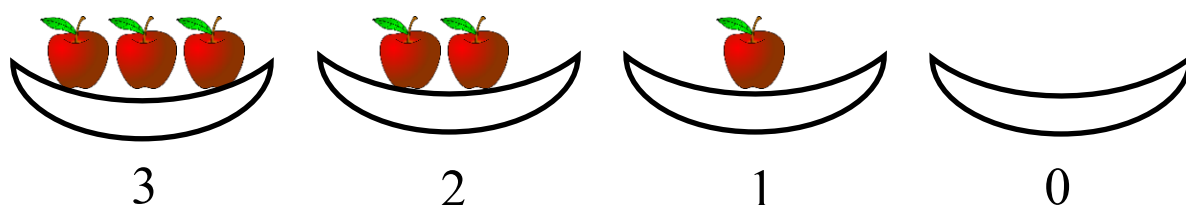
$$\square + \square = 11$$

$$6 \cdot \square = 18$$

$$\square \cdot \square = 24$$

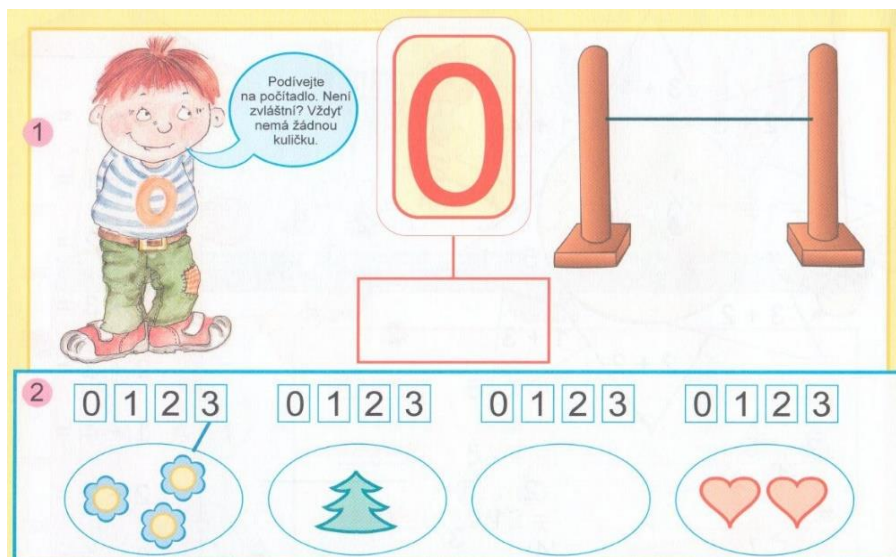
$$\square < 4$$

V kontextu všech výše zmíněných oblastí učiva matematiky 1. stupně ZŠ žáci pracují s **množinami**. Se samotným pojmem množina se v učivu matematiky na 1. stupni ZŠ nesetkáme, ale množiny jsou prostředkem, který žákům umožňuje pochopit probíranou látku a všechny algebraické operace jsou vyvozovány právě prostřednictvím množin (Blažková et al., 1992). Významným nástrojem pro zavedení čísla nula v učivu matematiky 1. stupně ZŠ je představa prázdné množiny (Panáčová, 2024, s. 158), jak je vidět na obrázku 7.



Obrázek 7. Zavedení čísla 0 jako kardinálního čísla prázdné množiny (Panáčová, 2024).

Vybranou ukázkou z učebnice matematiky Potůčkové (2018) na obrázku 8 lze ilustrovat zavedení čísla 0 jako kardinálního čísla prázdné množiny.

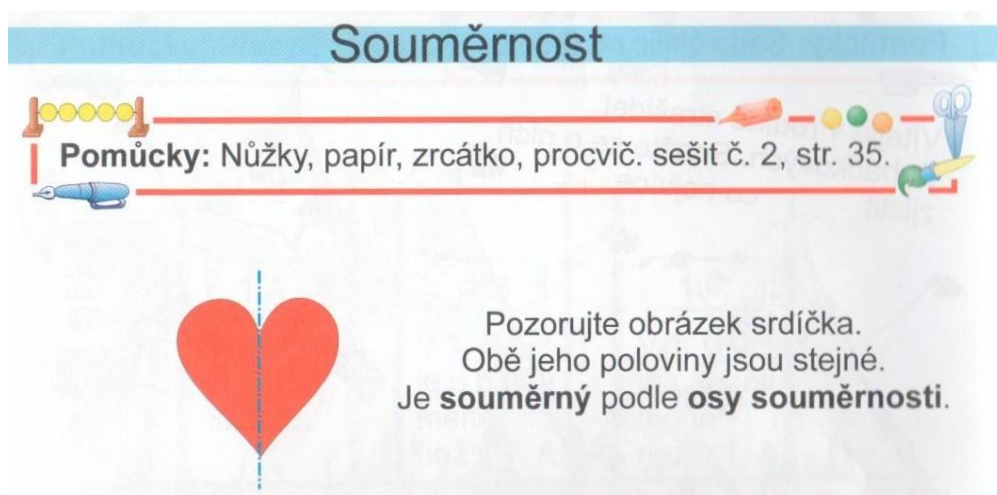


Obrázek 8. Zavedení čísla 0 v učebnici matematiky pro 1. ročník ZŠ (Potůčková, 2018).

V této souvislosti je tedy žádoucí, aby budoucí učitel 1. stupně ZŠ ovládal veškeré zmíněné pojmy včetně **základů výrokové logiky** a “intuitivní” **teorie množin**.

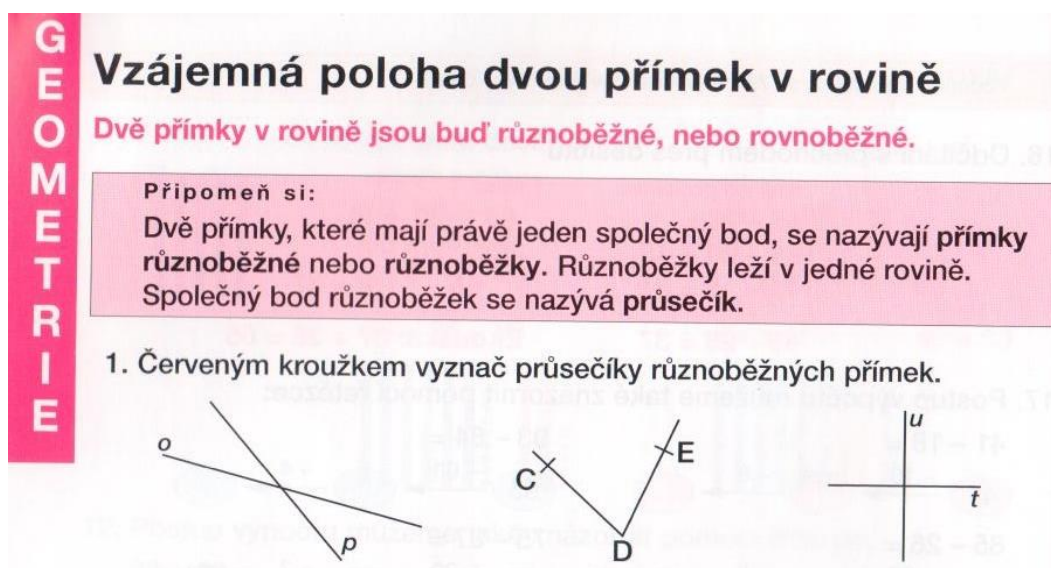
4. Souvislost mezi odbornými matematickými pojmy a učivem školské matematiky (geometrie)

V učivu geometrie 1. stupně ZŠ se žáci seznamují se základními geometrickými útvary, jejich vlastnostmi a učí se je rýsovat. Zároveň se u nich vytváří správné představy pojmů geometrických útvarů, s nimiž pracují. Žáci operují s rovinnými útvary – učí se rýsovat grafický součet, grafický rozdíl úseček a úhlů a grafický násobek přirozeného čísla a úsečky. Dále určují délku úsečky, obsah rovinného obrazce či objem tělesa, což je **zobrazení množiny geometrických útvarů do množiny všech reálných čísel**. Žáci 1. stupně ZŠ se dále seznamují s vybranými typy **shodných zobrazení**, mezi které patří osová a středová souměrnost. Ukázka osové souměrnosti z učebnice matematiky od Potůčkové (2012) je na obrázku 9.



Obrázek 9. Ukázka z učiva o osové souměrnosti v učebnici matematiky (Potůčková, 2012).

Pojem **průnik množin** je v geometrii interpretován jako průsečík dvou přímek, průsečík přímky a kružnice či průsečík dvou kružnic, s nimiž se žák 1. stupně ZŠ rovněž seznamuje. Na obrázku 10 je příklad průniku dvojic různoběžných přímek z učebnice matematiky Blažkové et al. (2018).



Obrázek 10. Průnik dvou množin jako průsečík dvou různoběžných přímek (Blažková et al., 2018).

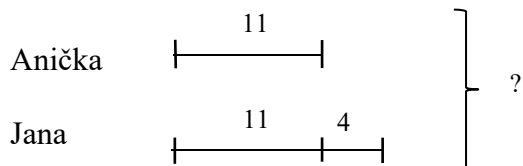
V učivu geometrie 1. stupně ZŠ žáci pracují se vztahy mezi geometrickými útvary, jedná se o **relaci v množině geometrických útvarů**. U následujících vybraných příkladů z geometrického učiva se žáci seznamují s vlastnostmi jednotlivých relací:

- přímka p je rovnoběžná/různoběžná s přímkou q ; $p \parallel q$,
- přímka p je kolmá na přímkou q ; $p \perp q$,
- úsečka AB je shodná s úsečkou CD ; $AB \cong CD$,
- úsečka AB je větší, resp. menší než úsečka CD ; $AB > CD$, resp. $AB < CD$,
- trojúhelník ABC je shodný s trojúhelníkem KLM ; $\triangle ABC \cong \triangle KLM$,
- úhel AVB je větší/menší než úhel CUD ; $\sphericalangle AVB > \sphericalangle CUD$, resp. $\sphericalangle AVB < \sphericalangle CUD$,
- úhel AVB je shodný s úhlem CUD ; $\sphericalangle AVB \cong \sphericalangle CUD$.

Grafický součet úseček nebo grafický násobek přirozeného čísla a úsečky v kontextu s vhodným grafickým znázorněním jednoduché i složené slovní úlohy je jedním z příkladů využití poznatků učiva geometrie v učivu aritmetiky. Názornost využití úsečkového modelu při řešení slovních úloh obsahujících vztahy „o n více/méně“ nebo „ n krát více/méně“ včetně úloh s antisignálem je ilustrována na příkladech 1, 2 a 3 níže (Blažková et al., 2011; Blažková, 2020; Budínová, 2018; Divíšek et al., 1989).

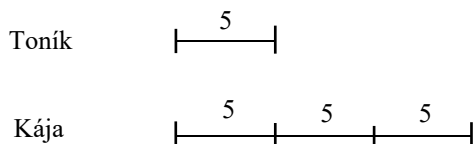
Příklad 1: *Anička má 11 pastelek, což je o 4 pastelky méně než má Jana. Kolik pastelek mají obě dívky dohromady?*

Znázornění:

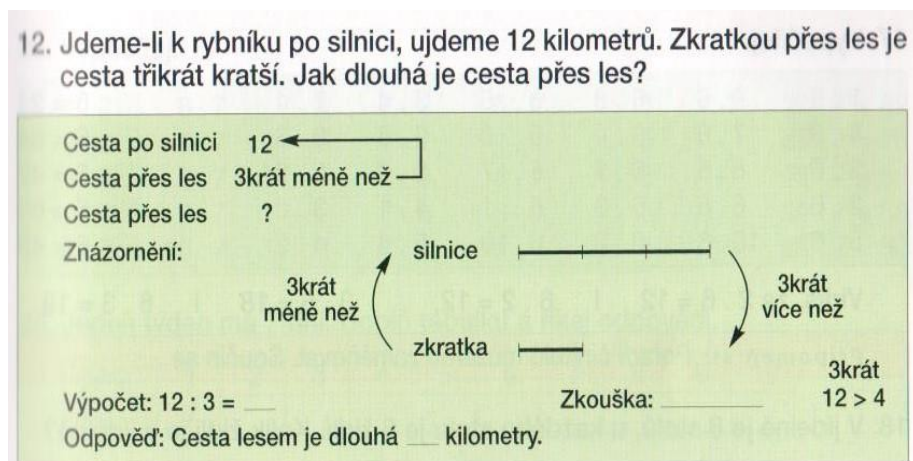


Příklad 2: *Toník má 5 pastelek, Kája má třikrát více pastelek než Toník. Kolik pastelek má Kája?*

Znázornění:



Obrázek 11 ilustruje využití úsečkového modelu představujícího grafický součet úseček při řešení jednoduché slovní úlohy v ukázce z učebnice matematiky Blažkové et al. (2018).

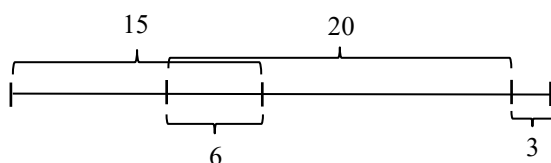


Obrázek 11. Využití grafického součtu úseček při grafickém znázornění zadání slovní úlohy (Blažková et al., 2018)

Vhodné je tohoto grafického modelu využít pro větší názornost ve slovních úlohách typu sjednocení množin s neprázdným průnikem (Divíšek, 1989; Blažková et al., 2011):

Příklad 3: Ve třídě je 15 dětí, které chodí do sportovního kroužku a 20 dětí, které chodí do počítačového kroužku, z toho 6 dětí chodí do obou kroužků. Kolik je ve třídě dětí, víme-li, že 3 děti nechodí do žádného z těchto kroužků?

Znázornění:



5. Závěr

Tento příspěvek ilustruje na konkrétních vybraných příkladech učiva odborných matematických předmětů jejich úzké propojení a vzájemnou návaznost se školskou matematikou 1. stupně ZŠ. Upozorňuje na skutečnost, že odborná příprava studentů učitelství matematiky 1. stupně ZŠ v tomto oboru je klíčovým předpokladem ke kvalitní učitelské způsobilosti v rámci výuky školské matematiky. Studenti v rámci odborné matematické přípravy získávají nadhled nad učivem matematiky 1. stupně ZŠ, který je pro jejich profesi významný. Veškeré výše popsané znalosti, které studenti získají prostřednictvím odborných matematických předmětů v rámci své přípravy na profesi budoucího učitele 1. stupně ZŠ, přispívají k rozvoji jejich profesních kvalit.

Studenti učitelství 1. stupně ZŠ rozvíjí na základě odborných matematických předmětů, v nichž je učivo budováno s přísnou návazností (nové učivo vyplývá z předcházejícího) své logické uvažování, kterým získávají větší schopnost pro správné a přesné vyjadřování, které je v matematice žádoucí. Tyto faktory následně umožňují budoucím učitelům rozvíjet potřebné schopnosti argumentace, kultivovanosti ve slovním vyjadřování, kritického myšlení, systematickosti a tvořivosti v celém systému vysokoškolské přípravy.

Na základě těchto znalostí, dovedností a schopností pak může budoucí učitel profesionálněji a kreativněji volit vlastní formy výuky matematiky. Sám učitel je pak svobodnější při výběru vhodných metod výuky a jejich využití včetně různých alternativních přístupů, které se v dnešní době v českém školství objevují.

Literatura

- Blažková, R., Matoušková, K. & Vaňurová, M. (1992). *Texty k didaktice matematiky pro studium učitelství 1. stupně základní školy. 2. část*. Brno: PdF MU.
- Blažková, R., Matoušková, K. & Vaňurová, M. (2011). *Kapitoly z didaktiky matematiky: slovní úlohy, projekty*. Brno: PdF MU.
- Blažková, R., Matoušková, K. & Vaňurová, M. (2018). *Matematika pro 3. ročník ZŠ*. Všeň: Alter.
- Blažková, R. (2020). *Didaktika matematiky se zaměřením na specifické poruchy učení*. Brno: Munipress.
- Budínová, I. (2018). *Přístupy nadaných žáků 1. a 2. stupně základní školy k řešení některých typů úloh v matematice*. Brno: Munipress.
- Bulín, J., Korityák, S., Palková, M., Skříčková, M., Synková, P., Tarábková, M. & Vance, K. (2007). *Matematika pro 2. ročník základní školy*. Brno: Didaktis.
- Coufalová, J. (2016). *Matematika s didaktikou pro 1. ročník učitelství 1. stupně ZŠ*. Plzeň: Západočeská univerzita.
- Divíšek, J. & Buřil, Z. (1989). *Didaktika matematiky pro učitelství 1. stupně ZŠ*. Praha: SPN.
- Fuchs, E., Lišková, H. & Zelendová, E. (2015). *Rozvoj předmatematických představ dětí předškolního věku. Metodický průvodce*. Praha: JČMF.
- Hejný, M., Benešová, M., Bereková, H., Bero, P., Hrdina, L., Repáš, V., & Vantuch, J. (1990). *Teória vyučovania matematiky 2*. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo.
- Kaslová, M. (2012). *Předmatematické činnosti v předškolním vzdělávání*. Praha: Raabe.
- Novák, B. & Eberová, J. (1988). *Kapitoly z didaktiky matematiky I*. Olomouc: Pedagogická fakulta Univerzity Palackého.
- Panáčová, J., & Beránek, J. (2021). *Základy elementární matematiky s didaktikou pro učitelství 1. stupně ZŠ*. Brno: Masarykova univerzita.
- Panáčová, J. (2024). Mylné představy o nule u studentů učitelství 1. stupně ZŠ. *Učitel matematiky*. 32(2), pp. 154–171.
- Potůčková, J. (2012). *Matematika pro 2. ročník základní školy. 2. díl*. Brno: Studio 1+1.
- Potůčková, J. (2018). *Matematika pro 1. ročník základní školy. 1. díl*. Brno: Studio 1+1.
- Šedivý, O. & Křižalkovič, K. (1990). *Didaktika matematiky pre štúdium učiteľstva 1. stupňa ZŠ*. Bratislava: Slovenské pedagogické nakladateľstvo.