

GRADOVANÉ SÉRIE ÚLOH VE VYSOKOŠKOLSKÉ GEOMETRII

Renáta ZEMANOVÁ¹

¹Ostravská univerzita, Pedagogická fakulta (Česká republika)

renata.zemanova@osu.cz

Abstrakt

V rámci individualizace a diferenciacie vysokoškolské výuky se věnujeme jednomu z nejčastěji používaných nástrojů na nižších stupních škol, a to gradovaným zadáním činností. Zadáním, která studentům nabídnou volbu úrovně odpovídající jejich schopnostem.

Prezentujeme práci s gradovaným testem ve vysokoškolské výuce geometrie. Sestavili jsme gradované série úloh, popsali jejich gradační parametry, nastavili parametry pro zpětnou vazbu a hodnocení. Série jsme realizovali se studenty 2.–3. ročníků oboru Učitelství pro 1. st. ZŠ, a to v prezenční i kombinované formě studia. Výsledky jsme vyhodnotili a analyzovali. Popsali jsme přínosy a rizikové faktory, navrhli další využití.

Klíčová slova: individualizace, diferenciacie, vysokoškolská výuka, gradovaná zadání úloh, gradační parametry, geometrie, 1. st. ZŠ

GRADED SERIES OF PROBLEMS IN UNIVERSITY GEOMETRY

Abstract

In the frame of the individualization and differentiation of university education, we focus on one of the most frequently used tools at lower levels of schools, namely the graded assignment of activities. Assignments that offer students a choice of levels corresponding to their abilities.

The work with a graded test is presented in the university geometry teaching. We compiled the graded series of tasks, described their grading parameters, and set parameters for feedback and evaluation. We implemented the series with students from the 2nd–3rd grades years of the field of Teaching for 1st grade. Elementary school is considered in both full-time and combined forms of study. We evaluated and analyzed the results. We described the benefits and risk factors and suggested further utilization

Keywords: individualization, differentiation, university education, graded assignments, grading parameters, geometry, 1st grade of primary school

1. Úvod

Individualizace a diferenciacie výuky jsou aktuálními tématy současné školy. Ve vysokoškolské přípravě studentů je využíváme především formou individuálních konzultací, naše zkušenosti však ukazují stále větší rozdíly v oblasti studijních předpokladů i matematických znalostí studentů při zahájení vysokoškolského studia. Jejich problémy se zvládáním obsahu nás vedou k hledání možností, jak bez snížení nároků na výstup a s omezenou časovou dotací jejich potřeby naplnit. Jednou z možností, je využití gradovaných zadání úloh.

Inspirovali jsme se zkušenostmi z výuky na základní škole, kde se gradované úlohy vzhledem k přechodu od transmisivní výuky ke konstruktivismu čím dál častěji. Autorka byla po několik let členkou výzkumného týmu zabývajícího se využitím gradovaných úloh ve výuce matematiky 1. stupně ZŠ (Králová a kol., 2023).

Naše téma souvisí s personalizovaným učením, přičemž neexistuje jednotná definice tohoto pojmu. Např. personalizovaným učením můžeme chápat „výuku, ve které jsou tempo učení a vyučovací přístup optimalizovány pro potřeby každého studenta...“ (Bernacki a kol., 2021; Walkington, Bernacki, 2020). Spencer rozlišuje čtyři základní formy obsahu: standardizace, diferenciaci, přizpůsobení a personalizaci. Diferencovaným obsahem myslí kromě základního obsahu další informace, který si uživatelé sami volí. Typicky jde o otázky k zamyšlení nebo o rozšiřující studijní materiály. Personalizovaným obsahem rozumí obsah přizpůsobený potřebě uživatele, resp. jeho schopnostem. Uvádí příklad rozřazujících jazykových testů a následné přesměrování na přiměřenou úroveň vzdělávání. Dalším pojem je adaptabilní učení, tedy takové, které podle opakované zpětné vazby směrem k uživateli soustavně upravuje obsah „na míru“ jeho okamžité potřebě (Spencer, 2012). Další výzkumy se věnují potenciálu ICT v procesech diferencovaného obsahu, nicméně naše studie jde jiným směrem. Pracujeme primárně s tištěnými studijními materiály (učebnicemi, pracovními listy, testovými zadáními...), proces diferenciaci řídí samotný uživatel, tedy žák nebo student.

V nepublikovaném textu (Hejný, 2015) autor vymezuje *gradovanou sérii úloh* tak, že vycházejí ze společného zadání, jsou na sobě nezávislé a statisticky vzato každá následující je obtížnější než předchozí. Didaktické jevy, jimiž se odlišuje náročnost jednotlivých úloh stejné série, označuje jako *gradační parametry*. Informace, které lze z žakovského řešení získat, nazývá *diagnostický potenciál úlohy*. Návrhy didaktických akcí, jimiž je možné na základě uskutečněné diagnostiky vylepšit nebo posílit žákův matematický orgán, pojmenovává *(re)edukační návrhy*. Čtveřici materiálů gradovaná série úloh, gradační parametry, diagnostický potenciál úlohy, *(re)edukační návrhy* pak tvoří *zpracování gradovaného typu úloh*. Gradovaná série úloh může mít mnoho úrovní, z nich je možné vybrat několik pro zadání v gradovaném testu. Ten má obvykle tři úrovně. Úroveň a) je nejlehčí a mapuje základní pochopení. Úroveň b) je středně náročná a dává informaci o tom, do jaké míry zvládá žák požadované činnosti: schopnost číst s porozuměním, dobře uchopit úlohu, odhalit řešitelskou strategii, tuto realizovat. Úroveň c) od žáka žádá požadované činnosti na vyšší úrovni. Žák, který tuto úroveň dobře zvládá, je připraven řešit i náročnější úlohy.

2. Metodologie

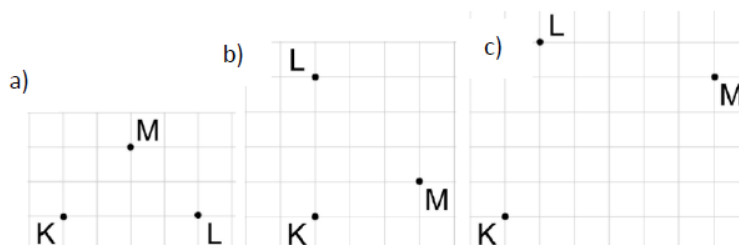
V listopadu 2023 jsme zadali 41 studentům oboru Učitelství pro 1. st. ZŠ na začátku výuky vysokoškolské geometrie diagnostický gradovaný test. Evidovali jsme typ absolvované střední školy respondentů.

Test sestával ze sedmi úloh korespondujícími s výstupem geometrie po 5. ročníku podle RVP ZV. Každá úloha diagnostikovala jiný obsah: úloha 01 – délka úsečky, úloha 02 – obsah obrazce, úloha 03 – geometrická konstrukce ve čtvercové mříži, úloha 04 – geometrická konstrukce mimo čtvercovou mříž, úloha 05 – tělesa a jejich sítě, úloha 06 – stavby z krychlí, úloha 07 – osová a středová souměrnost.

Úlohy 1–6 jsme vybrali z publikace Diferenciaci výuky (Králová a kol., 2023), na které se autor článku podílel, úloha 7 je ze zadání jednotné přijímací zkoušky z matematiky na šestileté obory v roce 2021, 2. náhradní termín (Cermat, 2021).

2.1. Úloha 1 – délka úsečky

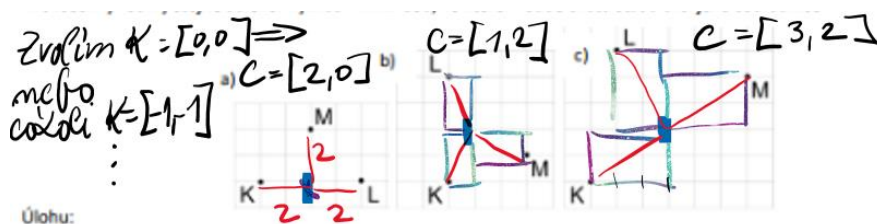
Zadání: Rodiny Kolářových, Lounských a malých si chtějí koupit společnou chatu. Dohodli se, že chatu budou mít obě rodiny stejně daleko. Vyznač v mříži bod, ve kterém chata bude stát a urči jeho souřadnice.



Obrázek 1. Úloha 1, zadání

Předpokládané strategie řešení: Předpokládali jsme, že studenti využijí v úrovni a) čtvercové mříže, v úrovních b) a c) kromě čtvercové mříže vlastnosti úhlopříček obdélníka. Gradačním parametrem odlišujícím úroveň b) a c) je umístění a vzdálenost vrcholů těchto obdélníků.

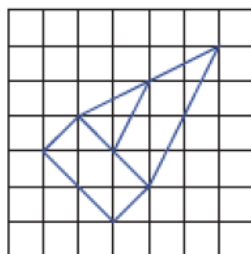
Řešení:



Obrázek 2. Úloha 1, řešení

2.2. Úloha 2 – obsah obrazce

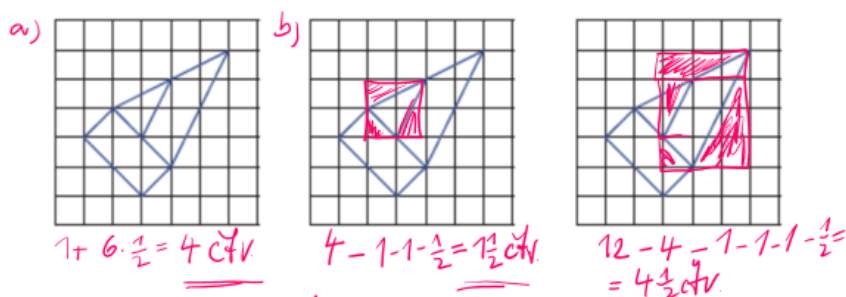
Zadání: Zjisti obsah a) obdélníku, b) největšího trojúhelníku, c) lichoběžníku.



Obrázek 3. Úloha 2, zadání

Předpokládané strategie řešení: Předpokládali jsme, že studenti využijí v úrovni a) prosté počítání polovin čtverců (pohledem), v úrovni b) a c) rámování. Gradačním parametrem odlišujícím úroveň b) a c) je složitost rámu (úloha c se rámuje postupně).

Předpokládané strategie řešení: Předpokládali jsme, že studenti budou počítat ve čtvercích. Využijí v úrovni a) prosté sečtení čtverců a jejich částí (polovin, když strana obdélníka je zároveň úhlopříčkou čtverce mříže), v úrovni b) a c) rámování (když od obsahu čtvercového/obdélníkového rámu odečtou obsahy částí, jež nepatří trojúhelníku/lichoběžníku).

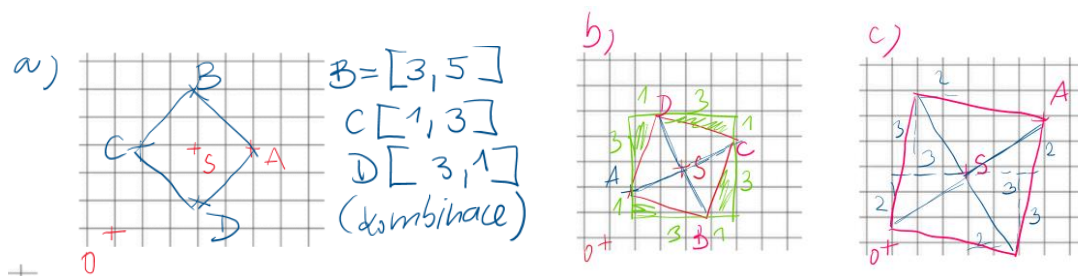


Obrázek 4. Úloha 2, řešení

2.3. Úloha 3 – konstrukce v mříži

Zadání: Známe střed $S(3, 3)$ čtverce $ABCD$ a vrchol A . Narýsuj čtverec a vrcholy B, C, D popiš souřadnicemi. Patří bod S čtverci $ABCD$? a) $A(5, 3)$, b) $A(1, 2)$, c) $A(6, 5)$, studenti měli k dispozici čtvercovou mříž.

Předpokládané strategie řešení: Předpokládali jsme, že studenti využijí v úrovni a) vlastnosti úhlopříček čtverce, v úrovni b) a c) vlastnosti úhlopříček čtverce, dopočítávání poměrů, na které rozdělí vrcholy čtverce jeho rám (b) $3 : 1$, c) $5 : 1$), příp. c) dopočítávání souřadnic vrcholů čtverce vzhledem k jeho středu). Gradačním parametrem je poloha a velikost čtverce.



Obrázek 5. Úloha 3, řešení

2.4. Úloha 4 – konstrukce mimo mříž

Zadání: Postupuj podle slovního popisu, postup zapiš symbolicky.

- a) Narýsuj libovolný trojúhelník ABC .
Sestroj kružnici k se středem A a poloměrem r menším než je strana AB i AC .
Průsečík kružnice k se stranou AB označ P a se stranou AC označ R .
Sestroj kružnici m se středem v P a poloměrem r .
Sestroj kružnici n se středem v R a poloměrem r .
Zvol jeden průsečík kružnic m, n a označ jej Q .
Body A, Q veď přímku o .
- b) Narýsuj kružnici k se středem S a poloměrem $r = 34 \text{ mm}$.
Bodem S veď dvě na sebe kolmé přímky p a q .
Jeden z průsečíků kružnice k a přímky p označ A a druhý M .
Jeden z průsečíků kružnice k a přímky q označ Q .
Sestroj střed úsečky AS a označ jej P .
Na úsečce SM sestroj bod R tak, že $|PR| = |PQ|$.
Na kružnici k sestroj různé body B, C, D a E tak, že $|AB| = |BC| = |CD| = |DE| = |QR|$.

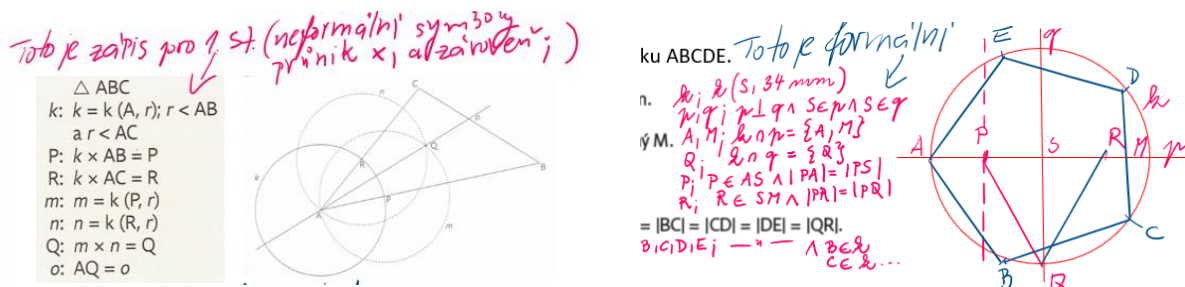
Obrázek 6. Úloha 4, zadání

Předpokládané strategie řešení: Zde jsme očekávali postup podle slovního popisu a symbolický zápis postupu.

Řešení:

a) neformální zápis odpovídající 1. st. ZŠ

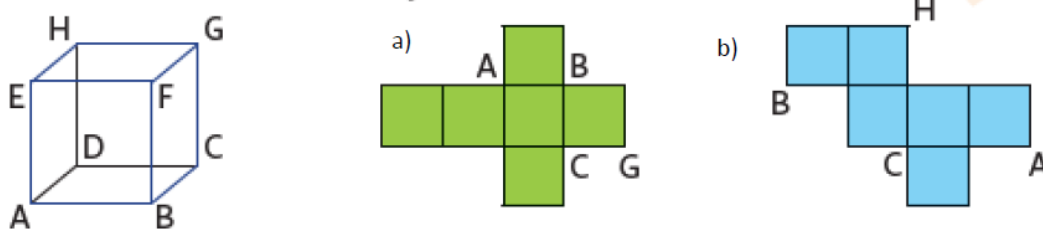
b) formální geometrický zápis



Obrázek 7. Úloha 4, řešení

2.5. Úloha 5 – tělesa a jejich sítě

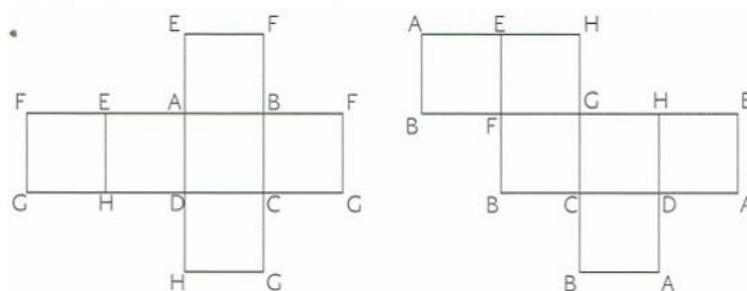
Zadání: Dopln do sítě krychle názvy scházejících vrcholů.



Obrázek 8. Úloha 5, zadání

Předpokládané strategie řešení: Předpokládali jsme, že studenti nebudou potřebovat model krychle. Budou využívat svých zkušeností s prací v trojrozměrném prostoru, budou schopni si síť krychle „složit“ podle potřeby. Gradačním parametrem je poloha polymin sítě.

Řešení:



Obrázek 9. Úloha 5, řešení

2.6. Úloha 6 – stavby z krychlí

Zadání: Hnědou stavbu postavenou ze tří shodných krychlí vidíme zepředu jako tři čtverce. Zakresli, jak vidíme stavbu zepředu, shora a zprava.



Obrázek 10. Úloha 6, zadání

Předpokládané strategie řešení: Předpokládali jsme, že studenti nebudou potřebovat model krychlové stavby. Budou využívat svých zkušeností s prací v trojrozměrném prostoru, budou schopni „vidět“ sdružené průměty. Gradačním parametrem je poloha krychlí ve stavbě.

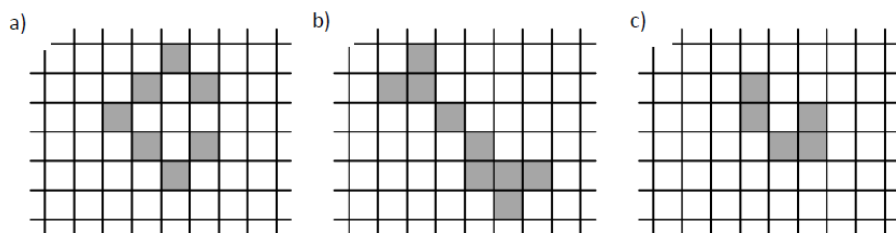
Řešení: Postupně pohled zepředu, shora a zprava



Obrázek 11. Úloha 6, řešení

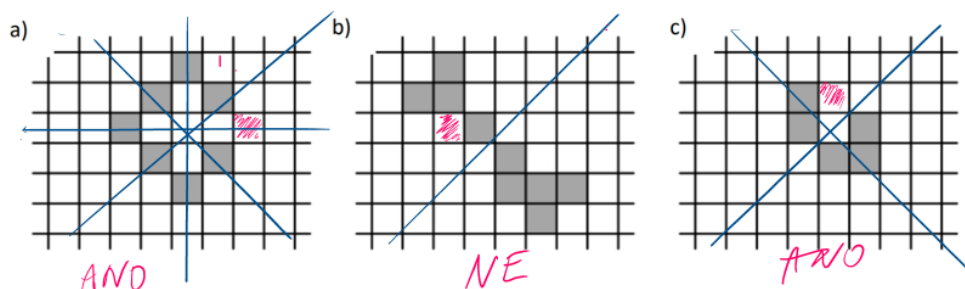
2.7. Úloha 7 – osová a středová souměrnost

Zadání: Ve čtvercové síti je z tmavých čtverců složen útvar. K tomuto útvaru doplň právě jeden tmavý čtverec tak, aby byl útvar osově souměrný a měl co nejvíce různých os souměrnosti (sestrojených svisle, vodorovně nebo šikmo). Všechny osy sestroj a pojmenuj. Je obrazec středově souměrný?



Obrázek 12. Úloha 7, zadání

Řešení:



Obrázek 13. Úloha 7, řešení

3. Analýza studentských řešení

U každého studenta jsme zaznamenali správnost řešení (ano, ne, částečně – identifikujeme, co ano a co ne), použitou strategii a její analýzu, shrnutí pro reedukaci. Rozhovorem jsme pak zjistili některé příčiny analyzovaných jevů. Ilustrujeme pracovní záznam na úloze 1, student 01:

SPŠCh, Řeší úrovně: a, b, c

a) správnost řešení – NE

strategie – průsečík těžnic, těžiště – předpokládá, že trojúhelník je rovnostranný, a tedy těžnice jsou shodné (není a nejsou) nebo vidí, že trojúhelník je rovnoramenný, ale domnívá se, že i tady jsou těžnice shodné nebo shodnost těžnic neřeší, „nějak to vyšlo přibližně stejně“.

b) správnost řešení – ČÁSTEČNĚ, nenajde souřadnice

strategie – průsečík os stran (střed kružnice opsané), nevíme, zda si uvědomuje, že se jedná o tuto kružnici nebo sestrojila náhodně

c) správnost řešení – NE

strategie řešení – průsečík os stran, sestrojen správně, ale nepovažuje ho za řešení a za řešení považuje střed jedné střední příčky.

Shrnutí pro reedukaci – nepoužívá délky úhlopříček, používá spíše náhodně: střed kružnice opsané (průsečík os stran), souřadnice nenajde.

Rozhovor – nenapadlo ho, že by mohl porovnat úhlopříčky obdélníků a čtverců (v úloze je neviděl) přesto, že si jejich shodnost uvědomuje, osy stran zkusil sestrojit bez uvědomění si významu pro řešení úlohy, řešení jen zkusil nějak „od oka“ s využitím „nějakých geometrických znalostí“. Souřadnice neuměl určit, když v mříži nejsou znázorněny osy, zvolit si vlastní ho nenapadlo.

Záznamy jsme shrnuli do tabulky, kde ve svislém záhlaví identifikujeme studenta a ve vodorovném pro každou úlohu přehled řešení v úrovních a–c, počet získaných bodů. Pro ilustraci uvádíme část tabulky pro úlohu 1, tabulka 1. Z tabulky je zřejmé, že 16 studentů, a to 04–07, 09, 10, 16–19, 22, 24, 27–29, 37–38 úlohu nevyřešilo na žádném gradačním stupni (0 bodů), 12 studentů, a to 02, 03, 08, 11, 12, 21, 23, 30, 32, 33, 35, 37, 40 úlohu vyřešilo na nejvyšším gradačním stupni (6 bodů). Z těchto 12 studentů 6, a to 21, 23, 30, 33, 37, 40 řešilo všechny úrovně a–c. 2 studenti, a to 14 a 41, vyřešili správně jen úroveň a, 1 student, a to 13 jen úroveň b. Velká část studentů správně určila bod v mříži, ale ne jeho souřadnice (studenti 15, 20 na všech úrovních, studenti 01, 18, 25, 26, 31, 39 alespoň na jedné úrovni). Průměrně dosáhli studenti v této úloze 2,37 bodů.

Užitím analýzy navrhujeme pro reedukaci věnovat pozornost využití vlastností úhlopříček obdélníků a čtverců (ověřili jsme, že studenti sice vědí, že shodné obrazce mají shodné úhlopříčky, ale neumí tuto vlastnost využít v řešení úloh o délce úsečky), souřadnicím bodů v kartézské soustavě, práci ve čtvercové mříži a proaktivnímu přístupu v řešení úloh (volba kartézské soustavy).

Tabulka 1. Výsledky úlohy 1

student	Úloha 1 – délka úsečky						
	a - 2 body		b - 4 body		c - 6 bodů		celkem
	najde bod	určí souřadnice	najde bod	určí souřadnice	najde bod	určí souřadnice	
01	0	0	2	0	0	0	2
02	0	0	0	0	3	3	6
03	0	0	0	0	3	3	6
04	0	0	0	0	0	0	0
05	0	0	0	0	0	0	0
06	0	0	0	0	0	0	0
07	0	0	0	0	0	0	0
08	0	0	0	0	3	3	6
09	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	3	3	6
12	0	0	2	2	3	3	6
13	0	0	2	2	0	0	4
14	1	1	0	0	0	0	2
15	1	0	2	0	3	0	3
16	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0
18	1	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0
20	1	0	2	0	3	0	3
21	1	1	2	2	3	3	6
22	0	0	0	0	0	0	0
23	1	1	2	2	3	3	6
24	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	3	0	3
26	1	0	2	0	0	0	2
27	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0
30	1	1	2	2	3	3	6
31	0	0	2	0	0	0	2
32	0	0	0	0	3	3	6
33	1	1	2	2	3	3	6
34	0	0	0	0	0	0	0
35	0	0	0	0	3	3	6
36	1	0	0	0	0	0	1
37	1	1	2	2	3	3	6
38	0	0	0	0	0	0	0
39	1	0	0	0	0	0	1
40	1	1	2	2	3	3	6
41	1	1	0	0	0	0	2
celkem	14,00	8,00	26,00	16,00	48,00	39,00	97,00
průměr							2,37

Stejně jsme zpracovali výsledky všech dalších úloh. Jejich komparací jsme zjišťovali další parametry, a to obtížnost jednotlivých úloh (průměrný počet získaných bodů, tabulka 2) a úroveň jednotlivých studentů a vztah mezi úspěšností studenta a typem absolvované střední školy, přičemž si uvědomujeme, že tyto výsledky nelze pro malý počet respondentů zobecnit (tabulka 3).

V tabulce 2 uvádíme průměrný počet získaných bodů. Nejobtížnější byla pro studenty úloha 3 konstrukce v mříži, kde dosáhli průměrně jen 0,33 bodů, pak úloha 2 (obsah obrazce), kde dosáhli průměrně 0,51 bodů. Naopak nejúspěšnější byli v úloze 6 (osová a středová souměrnost) s průměrem 3,71 bodů a úloha 1 (délka úsečky) s průměrem 2,37 bodů. Průměrný bodový zisk ostatních úloh se pohyboval mezi 1 a 2 body. Analýza by zde mohla pokračovat porovnáním úrovní, které studenti řešili a jejich úspěšností na jednotlivých úrovních.

Tabulka 2. Průměrný bodový zisk v úlohách 1–7

	úloha 1 – délka úsečky	úloha 2 – obsah čtverce	úloha 3 – rýsování čtverce v mříži	úloha 4 – konstrukce mimo mříž	úloha 5 – sítě krychle	úloha 6 – sdružené průměty	úloha 7 – souměrnosti
celkem	97	21,00	13,33	72,5	71,00	152,00	78,00
průměr	2,37	0,51	0,33	1,77	1,73	3,71	1,90

V tabulce 3 uvádíme celkové výsledky jednotlivých studentů v absolutním čísle a procentech, používáme zkratky SPŠ – střední průmyslová škola, GYM – gymnázium, SPgŠ – střední pedagogická škola, SOŠ – střední odborná škola, SOU – střední odborné učiliště, OA – obchodní akademie. Studenty jsme podle výsledků seřadili od nejvyššího po nejnižší počet bodů. Vidíme, že nejlepšího výsledku dosáhl student 21, absolvent střední průmyslové školy, následují absolventi 03, 11, 10 gymnázia, absolvent 25 střední průmyslové školy, absolventi 14 a 23 gymnázia. Do první desítky ještě patří absolventi střední pedagogické školy 40 a 30 a absolvent 02 středního odborného učiliště. Na posledních třech místech se umístili absolventi 18 (gymnázium), 17 (střední odborná škola) a 04 (obchodní akademie) s 1,5 bodů ze 42 možných.

Tyto výsledky nelze jednoznačně interpretovat, neznáme typ střední odborné školy, středního odborného učiliště apod., vzorek respondentů je malý. Nicméně vidíme lepší výsledky absolventů průmyslových škol, odborných škol a učilišť s technickým zaměřením. Gymnázia vykazují zcela nepředvídatelný rozptyl úrovně absolventů, což koresponduje s přetrvávající konzervativní výukou geometrie výrazně orientovanou jen na algoritmické geometrické konstrukce a výpočty.

Tabulka 3. Celkový bodový zisk studentů 01– 41

	student		CELKEM		škola
			max. 42	%	
1	21	C23205	27,3	65	SPŠ
2	03	C23194	22,0	52	GYM
3	11	C23198	22,0	52	GYM
4	10	C23191	21,0	50	GYM
5	25	C23461	20,3	48	SPŠ
6	14	C23204	20,0	48	GYM
7	23	C23459	19,8	47	GYM
8	40	C23458	19,5	46	SPgŠ
9	30	C23184	19,3	46	SPgŠ
10	02	C23203	19,0	45	SOŠ
11	33	C23465	18,5	44	GYM
12	35	C23180	17,5	42	SOŠ
13	06	C23209	17,3	41	GYM
14	08	C23191	16,5	39	GYM
15	12	C23164	16,5	39	GYM
16	26	C23175	15,5	37	SPgŠ
17	20	C23200	15,2	36	SPgŠ
18	32	C23187	15,0	36	GYM
19	15	C23206	13,5	32	GYM
20	38	C23467	13,5	32	GYM

	student		CELKEM		škola
21	24	C23460	13,0	31	GYM
22	13	C23183	12,5	30	SOŠ
23	28	C23472	11,8	28	SOU
24	31	C23176	10,5	25	SOŠ
25	36	C22368	10,0	24	SPgŠ
26	16	C23193	9,0	21	SOŠ
27	29	C23182	8,5	20	SPgŠ
28	34	C23208	8,5	20	GYM
29	41	C23173	8,5	20	GYM
30	27	C23177	7,5	18	GYM
31	09	C23178	6,0	14	GYM
32	01	C23201	5,5	13	SOŠ
33	05	C23166	5,5	13	GYM
34	07	C23473	3,7	9	SOŠ
35	37	C23188	3,5	8	SOŠ
36	22	C23211	3,0	7	SPgŠ
37	19	C23190	2,0	5	GYM
38	39	C23475	2,0	5	OA
39	04	C23474	1,5	4	OA
40	17	C23171	1,5	4	SOŠ
41	18	C23165	1,5	4	GYM

4. Shrnutí pro reedukaci

Pro reedukaci jsme shromáždili tyto poznatky: Úloha 1 (délka úsečky) viz výše.

Úloha 2 (obsah obrazce) – studentům činí problém volba jednotky obsahu. Převažuje potřeba vyjádřit obsah vždy v cm^2 přesto, že výpočet je poměrně náročný a velká část studentů ho nezvládla. Převažovala chybná strategie, kdy studenti předpokládali, že čtverec mříže má obsah 1cm^2 , určili počet čtverců mříže v obrazci správně, ale dopsali, že se jedná o stejný počet cm^2 . V další strategii studenti změřili délky úseček figurujících ve vzorcích pro obsah (obdélník, trojúhelník, lichoběžník) a dosadili do vzorců, které si ne vždy dobře pamatovali. Někteří studenti změřili délku strany čtverce mříže, vypočítali jeho obsah, určili počet čtverců mříže v obrazci a vynásobili jeho obsahem. Obě strategie jsou správné, nicméně pro úlohu méně efektivní. Část studentů byla zadáním tak překvapena, že se o řešení ani nepokusili.

Úloha 3 (konstrukce v mříži) – studentům činí problém nevodorovná poloha rovnoběžníků, konkrétně čtverce. Efektivní strategii zarámování čtverce do vodorovného rámu a poměr umístění vrcholů čtverce na stranách rámu volila jen malá část. Nicméně jen minimálně studenti využívali další možnou strategii, a to využití vlastností úhlopříček čtverce. Když už si na ně vzpomněli, nevěděli, jak je v úloze použít. Často chybně sestrojili „od oka“ čtyřúhelník, který neměl shodné strany a všechny vnitřní úhly pravé (buď to nekontrolovali nebo vlastnost nevyužili). Studenti měli formální znalosti pojmu čtverec, úhlopříčka čtverce a vlastnosti úhlopříček čtverce (byli schopni vymezit teoreticky správně, ale v úloze použili totéž chybně).

Úloha 4 (konstrukce mimo mříž) – studenti většinou zvládli podle slovního popisu správně rýsovat. V symbolickém zápisu konstrukce se objevovaly chyby, a to od použití nesprávných symbolů až po zcela chybný postup (vynechání částí postupu, nadbytečné části postupu, nedodržení formálního zápisu „co konstruuji; jak to konstruuji“).

Úloha 5 (sítě krychle) – většina studentů neměla uloženou představu sítí krychle a neuměla s ní bez použití modelu manipulovat. Úlohu neřešili nebo pojmenovali jen některé „jednodušší“ vrcholy, tedy takové, jejichž transformaci si ještě zvládli představit. Měli pocit, že podobnou aktivitu dělají poprvé. Jediný student z této skupiny si síť vystříhl, složil model krychle a s jeho pomocí vrcholy popsal správně. Nepředpokládali jsme tento postup, nicméně ho považujeme za ukázkou kritického myšlení a proaktivního postupu nejen v geometrii.

Úloha 6 (stavby z krychlí) – příčinou chybných zobrazení byly nedostatečně uloženy prostorové transformace mentální struktury schémat prostorové geometrie. Usuzujeme i z toho, že chybující studenti pohled shora a zepředu zvládli, ale zaměňovali směry při pohledu zprava. Potřebovali by pro řešení úlohy model (který neměli), práci s prostorovými modely se věnovali v předchozím studiu nedostatečně nebo vůbec.

Úloha 7 (osová a středová souměrnost) – opakovaně se objevuje potíže studentů s nevodorovnými osami. Tito řeší úlohu ve vodorovné variantě správně, v nevodorovné chybně. Studenti nechápou souvislosti mezi osovou a středovou souměrností, tedy že složením dvou osových souměrností, jejichž osy jsou kolmé, je středová souměrnost se středem v průsečíku os. To vidíme v případech řešení, kdy student najde dvě kolmé osy souměrnosti a současně tvrdí, že obrazec není středově souměrný a naopak, kdy student tvrdí, že obrazec je středově souměrný, ale osy kolmé nemá. Studenti správně doplní scházející části útvaru, ale nevyznačují osy a nerozhodnou o středové souměrnosti. Nevíme, zda zapomněli či neuměli.

5. Závěr

V dalším výzkumu plánujeme zvýšit počet respondentů, jednoznačně identifikovat typ střední školy, upravit zadání úloh tak, abychom rozlišili případy, kdy student část řešení zapomněl uvést od případů, kdy řešit neuměl. V úloze 2 (obsah obrazce) diskutujeme, zda v zadání uvést volbu jednotky či nikoli. Pokud jednotky nejsou uvedeny jako v současném zadání, podaří se nám ověřit, zda student pojmu „obsah“ dobře rozumí. Tedy zda chápe, že si má zvolit jednotku obsahu (čtverec, trojúhelník, pravidelný šestiúhelník, cm^2 ...) a zjistit, „kolik jednotkových obrazců zadaný obrazec pokryje“. Pokud jednotku zvolíme v zadání, může úloha směřovat k formálnímu výpočtu užitím vzorce.

Tento gradovaný test využíváme ve výuce didaktiky geometrie pro budoucí učitele 1. st. ZŠ, kdy studenti analyzují zadání s ohledem na gradační parametry, diskutují diagnostický potenciál úloh a navrhuji reedukaci. Následně sestavují a analyzují vlastní gradovaný test a jeho žakovská řešení pro vybraný ročník, jenž navštěvují během profesní praxe.

Schopnost diferenciovat výuku považujeme za jedno z nejobtížnějších témat oborové didaktiky matematiky, obzvláště v situaci, kdy v naší republice nemáme dostatek ucelených učebních materiálů, které gradovaná zadání a vůbec konstruktivistickou výuku předpokládají. Usilujeme, aby studenti byli schopni gradovaná zadání sami nejen připravit, ale i využívat jejich řešení pro další pedagogickou práci. Aby chápali, že zápisem hodnocení jejich práce na úloze nekončí.

Acknowledgements

Tento článek vznikl za finanční podpory Evropské unie v rámci projektu REFRESH – Research Excellence For REgion Sustainability and High-tech Industries, reg. č. CZ.10.03.01/00/22_003/0000048, prostřednictvím Operačního programu Spravedlivá transformace.

Literatura

- Bernacki, M. L., Greene, M. J., & Lobczowski, N. G. (2021). A Systematic Review of Research on Personalized Learning: Personalized by Whom, to What, How, and for What Purpose(s)?. *Educational Psychology Review*, 33, 1675–1715. <https://doi.org/10.1007/s10648-021-09615-8>
- Hejný, M. (2014). *Vyučování matematice orientované na budování schémat: aritmetika I. stupně*. PdF UK, Praha.
- Králová, M., Kolandová, I., Zemanová, R., Ročák, Š., & Strnad, V. (2023). *Diferenciace výuky: rozvoj dovedností pedagogické diagnostiky ve výuce matematiky opřený o systematické využití gradovaných úloh z prostředí Hejného metody. Baterie gradovaných úloh*. https://www.h-mat.cz/sites/default/files/kestazeni/Hmat_BATERIE_GRADACE_FINAL.pdf.
- Spencer, J. 4 Stages of Personalization (Music Metaphors Included). (2011). [cit. 2012-2-28]. *Cooperative Catalyst*. <http://coopcatalyst.wordpress.com/2011/11/22/4-stages-of-personalization-music-metaphors-included/>
- Walkington, C., & Bernacki, M. L. (2020). Appraising research on personalized learning: Definitions, theoretical alignment, advancements, and future directions. *Journal of Research on Technology in Education*, 52(3), 235–252. <https://doi.org/10.1080/15391523.2020.1747757>